

PRECORSO DI MATEMATICA

ESERCIZI SU

EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL PRIMO

Esercizio 1: Risolvere la seguente equazione

$$4x^2 - 1 = 0.$$

Svolgimento: L'equazione data si può riscrivere come

$$x^2 = \frac{1}{4}.$$

Estraendo la radice quadrata in entrambi i membri si ottiene che

$$x = \pm \frac{1}{2}.$$

Esercizio 2: Risolvere la seguente equazione

$$3x^2 - x = 0.$$

Svolgimento: Mettendo in evidenza x al primo membro, l'equazione data si può riscrivere come

$$x(3x - 1) = 0$$

che, per la legge di annullamento del prodotto, è verificata se $x = 0$ oppure se $3x - 1 = 0$, le cui soluzioni sono $x = 0$ e $x = \frac{1}{3}$, rispettivamente. Allora le soluzioni dell'equazione data sono $x = 0$ e $x = \frac{1}{3}$.

Esercizio 3: Risolvere la seguente equazione

$$x^2 - 6x + 5 = 0.$$

Svolgimento: Data l'equazione

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0,$$

le sue soluzioni si ottengono dalla seguente formula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Nell'equazione data si ha che $a = 1$, $b = -6$ e $c = 5$. Quindi le sue soluzioni sono

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \begin{matrix} \swarrow 5 \\ \searrow 1 \end{matrix}$$

Esercizi: Risolvere le seguenti equazioni

1. $x^2 - 3x = 0$

2. $x^2 - x - 6 = 0$

3. $3x^2 - 12x = 0$

4. $x^2 = 10x$

5. $2x^2 + 1 = 0$

6. $2x^2 + 3x - 20 = 0$

7. $(x - 2)^2 - 9 = 0$

8. $x^2 + 3 = 0$

9. $x(x - 2) + 1 - (1 - x)(1 + x) = 0$

10. $(2x + 5)^2 = (x - 3)^2 + (4 - 3x)^2$

11. $x^2 - x + 1 = 0$

12. $\frac{x + 1}{2} - \frac{x^2 + 3}{3} = \frac{x^2 - 3}{6}$

13. $(2x + 1)(x - 3) = (1 - x)(4 - x)$

14. $x^2 - 4x = 4$

15. $(1 + 2x)^2 + 4 = 0$

16. $\frac{1}{1 - x} + \frac{x}{1 + x} + \frac{1}{x^2 - 1} = 0$

17. $\frac{4 - x}{x} = x - 1$

18. $\frac{3}{x + 3} = 1 - \frac{2}{x + 2}$

19. $\frac{1 - (1 - 2x)(1 + 2x)}{x} = x + 2$

20. $\frac{2x^2 - x - 5}{x - 1} = x$

Esercizio 4: Risolvere la seguente equazione

$$x^3 - 6x^2 + 5x = 0.$$

Svolgimento: Si tratta di un'equazione di terzo grado. Scomponendo in fattori il polinomio al primo membro (raccogliendo a fattor comune x), l'equazione data si può riscrivere come

$$x(x^2 - 6x + 5) = 0.$$

Per la legge di annullamento del prodotto, tale equazione è verificata se $x = 0$ oppure se $x^2 - 6x + 5 = 0$. Tenuto conto che $x^2 - 6x + 5 = 0$ se e solo se $x = 1$ oppure $x = 5$ (vedi Esercizio 3), allora l'equazione data ha come soluzioni $x = 0$, $x = 1$ e $x = 5$.

Esercizi: Risolvere le seguenti equazioni

1. $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$

2. $x - x^3 = 0$

3. $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$

4. $2x^4 + x^3 - 5x^2 - 2x + 2 = 0$

5. $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

6. $x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12 = 0$

7. $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$

8. $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$

9. $x^6 - x^2 = 0$

10. $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

11. $x^5 - 16x = 0$

12. $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

13. $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = 0$

14. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

15. $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3 = 0$