CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA APPLICATA

PRECORSO DI MATEMATICA

ESERCIZI DI

GEOMETRIA ANALITICA: LA RETTA

Esercizio 1: Fissato su un piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy, determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = (k-2)x + k - 1$

- passa per $A \equiv (-1, 1)$
- è parallela alla retta di equazione $y = \frac{1}{2}x - 18$
- è perpendicolare alla retta di equazione $4x + y - 1 = 0$
- forma un angolo acuto con l'asse positivo delle x.

Svolgimento: Un punto $P \equiv (p_1, p_2)$ appartiene alla retta r di equazione $ax + by + c = 0$ se

$$ap_1 + bp_2 + c = 0\,.$$

Allora per determinare i valori di k per cui A appartiene alla retta data basta sostituire nell'equazione della retta a x e y le coordinate di A. Così facendo si ottiene

$$1 = (k-2) \cdot (-1) + k - 1$$

da cui segue

$$1 = -k + 2 + k - 1$$

e quindi $1 = 1$ che è verificata per ogni $k \in \mathbb{R}$. Allora, per ogni valore di k, la retta data passa per A.

Due rette sono parallele se hanno lo stesso coefficiente angolare. Allora per determinare per quali valori di k la retta data è parallela alla retta di equazione $y = \frac{1}{2}x - 18$ basta imporre che

$$k - 2 = \frac{1}{2}$$

da cui segue che $k = 5/2$. Pertanto l'equazione della retta parallela a $y = \frac{1}{2}x - 18$ è $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

Affinché una retta formi un angolo acuto con l'asse positivo delle x il suo coefficiente angolare deve essere positivo. Allora basta imporre che

$$k - 2 > 0$$

da cui si ottiene $k > 2$.

Esercizio 2: Fissato su un piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy, determinare l'equazione della retta passante per i punti $A \equiv (2, 3)$ e $B \equiv (1, -2)$.

Svolgimento: Poiché A e B non hanno la stessa ascissa, allora la retta passante per A e B non è parallela all'asse delle y e quindi la sua equazione generica è data da

$$y = mx + q\,.$$

Imponendo che A e B appartengano a tale retta si ottiene il sistema

$$\begin{cases} 3 = m \cdot 2 + q \\ \\ -2 = m \cdot 1 + q\,, \end{cases}$$

la cui unica soluzione è data da $m = 5$ e $q = -7$. Pertanto l'equazione della retta passante per A e B è data da $y = 5x - 7$.

Esercizi: Fissato su un piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy

1. scrivere l'equazione della retta passante per il punto $A \equiv (1, 3)$ e parallela a quella passante per i punti $B \equiv (-1, -6)$ e $C \equiv (2, 3)$;

2. scrivere l'equazione della retta passante per il punto di intersezione delle rette di equazione $y = x$ e $2x + y = 6$ rispettivamente e parallela alla retta di equazione $x - y + 4 = 0$;

3. dato il triangolo ABC di vertici $A \equiv (0, 3)$, $B \equiv (1, 4)$ e $C \equiv (6, -3)$, scrivere le equazioni delle rette su cui giacciono i suoi lati e provare che tale triangolo è rettangolo;

4. trovare il punto D di intersezione della retta passante per i punti di coordinate $A \equiv (1, 2)$ e $B \equiv (4, 3)$ con la retta passante per il punto $C \equiv (2, 7)$ e perpendicolare alla retta di equazione $2x - 3y = 6$;

5. determinare la lunghezza del segmento $\overline{AB}$ sapendo che A e B sono i punti di intersezione con l'asse x delle rette di equazione rispettivamente $x - 1 + \sqrt{3} = 0$ e $x + \sqrt{2} - 2 = 0$;

6. scrivere l'equazione del luogo dei punti del piano cartesiano aventi ascissa doppia dell'ordinata e rappresentarlo graficamente;

7. scrivere l'equazione della retta r passante per l'origine e per il punto $A \equiv (4, 6)$ e poi verificare che $B \equiv (-2, -3) \in r$ e che $C \equiv (2, 7) \notin r$;

8. determinare l'ordinata del punto A di ascissa -3 appartenente alla retta per l'origine e di coefficiente angolare $2/5$;

9. determinare il coefficiente angolare della retta passante per $A \equiv (1, 1)$ e $B \equiv (2, 6)$;

10. verificare che i punti $A \equiv (3, 2)$ e $B \equiv (-1/3, -2/9)$ sono allineati con l'origine;

11. determinare le coordinate del punto A appartenente alla retta di equazione $y = 2x$ in modo tale che la distanza di A dall'origine sia pari a $4\sqrt{5}$ e che A si trovi nel terzo

quadrante;

12. calcolare la lunghezza del segmento $\overline{AB}$ sapendo che A e B sono punti della retta di equazione $2y = x + 6$ rispettivamente di ascissa -1 e ordinata 4;

13. scrivere l'equazione della retta passante per il punto $A \equiv (3, -4)$ e parallela alla retta di equazione $y + x = 1$;

14. scrivere l'equazione della retta passante per l'origine e perpendicolare alla retta di equazione $3y + 4x = 3$;

15. determinare sulla retta di equazione $3x + y - 5 = 0$ il punto equidistante da $A \equiv (-3, -1)$ e da $B \equiv (5, 1)$;

16. determinare quali valori può assumere $k \in \mathbb{R}$ affinché i tre punti $A \equiv (1, 3)$, $B \equiv (-1/2, 0)$ e $C \equiv (k - 1, k + 3)$ siano allineati;

17. determinare quali valori può assumere $k \in \mathbb{R}$ affinché, dati $A \equiv (-2, k)$ e $B \equiv (k - 1, 3)$, la retta passante per A e B
    - sia parallela alla retta di equazione $3x - y - 2 = 0$
    - formi un angolo acuto con l'asse x
    - passi anche per il punto $C \equiv (0, 3)$;

18. scrivere l'equazione della retta passante per il punto $A \equiv (-1, 2)$ e perpendicolare alla retta che taglia gli assi x e y rispettivamente nei punti di ascissa 5 e ordinata -4;

19. trovare la distanza dall'origine della retta che interseca gli assi cartesiani in $x = 2$ e in $y = -5$;

20. determinare le coordinate dei punti che appartengono alla retta di equazione $4x - y + 8 = 0$ e che distano $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ dalla retta $x - y + 5 = 0$;

21. determinare quali valori può assumere $k \in \mathbb{R}$ affinché la distanza del punto $P \equiv (1, k)$ dalla retta di equazione $3x - 4y + 2 = 0$ sia pari a 3;

22. determinare le coordinate di un punto della retta di equazione $y + 4x = 1$ che sia equidistante da $A \equiv (3, 1)$ e $B \equiv (6, 4)$;

23. determinare l'equazione della retta passante per i punti $A \equiv (0, 2)$ e $B \equiv (4, 0)$ e poi trovare un punto C su tale retta in modo che risulti $2|\overline{OC}| = \overline{AB}$;

24. determinare quali valori può assumere $k \in \mathbb{R}$ affinché le rette rispettivamente di equazione $x + ky = 5$ e $2x - 3y = 1$ non abbiano intersezioni;

25. determinare quali valori possono assumere $k, h \in \mathbb{R}$ affinché le rette rispettivamente di equazione $x - 3y - 5 = 0$ e $kx + hy = 0$ abbiano infiniti punti in comune;

26. stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le rette rispettivamente di equazione $(2k-1)x+y-3k=0$ e $3kx-2y+k-1=0$ sono parallele o incidenti;

27. determinare per quali valori di $k, h \in \mathbb{R}$ l'equazione $(k-2h+1)x+(4k-5h-2)y+5k-6=0$ non rappresenta una retta;

28. determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le due rette di equazione rispettivamente $kx+(k-1)y-2(k+2)=0$ e $3kx-(3k+1)y-(5k+4)=0$ sono parallele o perpendicolari;

29. calcolare la distanza dell'origine dalla retta condotta per $A \equiv (2,3)$ e perpendicolare alla retta $x-y+1=0$;

30. calcolare la distanza tra le rette parallele $3x+4y+12=0$ e $3x+4y-6=0$.