CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA APPLICATA

PRECORSO DI MATEMATICA

ESERCIZI SULLE

DISEQUAZIONI LOGARITMICHE

Esercizio 1: Risolvere la seguente disequazione

$$\log(x-1) < 1\,.$$

Svolgimento: Affinché la disequazione abbia significato bisogna imporre che l'argomento del logaritmo presente nella disequazione sia positivo e quindi che

$$x-1>0\,,$$

la cui soluzione è $x > 1$.

Poiché $1 = \log e$ e la base del logaritmo è **maggiore di** 1, la disequazione data si può riscrivere come

$$x-1<e\,,$$

da cui si ottiene

$$x<e+1\,.$$

Tenendo conto della condizione di esistenza $x > 1$, la disequazione data risulta verificata se

$$1<x<e+1\,.$$

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 3\,.$$

Svolgimento: Affinché la disequazione abbia significato bisogna imporre che l'argomento del logaritmo presente nella disequazione sia positivo e quindi che

$$x>0\,.$$

Poiché $3 = \log_{\frac{1}{2}} 1/8$, la disequazione data si può riscrivere come

$$\log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} 1/8\,,$$

che equivale a

$$x<\frac{1}{8}\,,$$

essendo la base del logaritmo **minore di 1** .
Considerando la condizione di esistenza $x > 0$, la disequazione data risulta verificata se

$$0 < x < \frac{1}{8}\,.$$

Esercizio 3: Risolvere la seguente disequazione

$$\log(x^2 - 4x + 4) \leq 0\,.$$

Svolgimento: Affinché la disequazione abbia significato bisogna imporre che l'argomento del logaritmo presente nella disequazione sia positivo e quindi che

$$x^2 - 4x + 4 > 0\,,$$

che è verificata se $x \neq 2$.
Poiché $0 = \log 1$ e la base del logaritmo è **maggiore di** 1 , la disequazione data è equivalente a

$$x^2 - 4x + 4 \leq 1\,,$$

da cui si ha

$$x^2 - 4x + 3 \leq 0\,.$$

Tale equazione di secondo grado risulta verificata se

$$1 \leq x \leq 3\,.$$

Tenendo conto della condizione di esistenza $x \neq 2$, la disequazione data risulta verificata se

$$1 \leq x < 2 \quad \vee \quad 2 < x \leq 3\,.$$

Esercizi: Risolvere le seguenti disequazioni

1. $\log_2 x < 4$
2. $\log(4x - 3x^2) < 0$
3. $\log(x - 3) < 1$
4. $\sqrt{(\log x - 2)\,(\log x - 1)} \geq \log x + 3$
5. $\log_2(1 - x^2) - 1 < 0$
6. $\log \dfrac{x+1}{x-1} \geq 0$
7. $\log x^2 - 3\log x + 1 > 0$
8. $\log\log(x - 1) \geq 0$
9. $\log|4 - x^2| < 1$
10. $\log\left(3 \cdot 2^{2x} - 2^x\right) - \log\left(2^x + 1\right) \geq x\log 2$
11. $\log_a(x^2 + 3) < 0 \quad a > 0\,,\ a \neq 1$

12. $\dfrac{2+\log_2 x}{2\log_2 x-1}-3+\dfrac{1+3\log_2 x}{2+\log_2 x}>0$

13. $2\log x^3-\log x^2+1<0$

14. $\log_{\frac{1}{2}} x>1$

15. $\Big|1-\log x\Big|<1+\log x$

16. $\log x^2-2\log x-2<0$

17. $\log^2 x-4\log x>0$

18. $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{|x|+1}{2+|x|}>1$

19. $1<\log_2 x<3$

20. $\log_5 \dfrac{1}{x}-\log_{25} x^2<2$

21. $\sqrt{\log^2 x-4}\geq \log x+1$

22. $\log(x^2-15)>2$

23. $\dfrac{|\log x+1|-2}{\log x}<1$

24. $-1<\log_{\frac{1}{2}} x\leq 2$

25. $\dfrac{\log x+1}{\log x-1}-\dfrac{\log x+2}{\log x-2}\leq -3$

26. $\log(2x-1)>1$

27. $\dfrac{2}{\log^2(x+3)}\leq 2-\dfrac{3}{\log(x+3)}$

28. $\log_a(x^2+2)<0 \quad a>0\,, a\neq 1$

29. $\sqrt{\log x}<1$

30. $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)<0$

31. $\log(x^2-3x+2)<1$

32. $\dfrac{2}{\log^2(x+2)}-\dfrac{1}{\log(x+2)}\leq 0$

33. $\log\log(2x-5) < 0$

34. $\log x - \dfrac{2}{\log x} + 1 \geq 0$

35. $\Big|\log(x-1)\Big| < 1$

36. $\log(x^2+3x+2) - \log(x+4) \leq \log(x-3)$

37. $\sqrt{\log_3^2 x - 9} \geq \log_3 x + 1$

38. $\log x + \log(x+1) - 1 > \log(x^2-x)$

39. $\sqrt{\log x + 1} \geq 0$

40. $0 < \log_2(5x+3) < 1$

Esercizi: Risolvere i seguenti sistemi

1. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(x^2-8) > 0 \\ \\ \log_3(x^2+2) > 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{\log_2(x+2)}{\log_{\frac{1}{3}}(x^2-1)} \leq 0 \\ \\ \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 > 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dfrac{2-\log_{\frac{1}{2}} x}{3+\log_2 x} \leq 0 \\ \\ \log_{16} \dfrac{x+1}{2x-1} > \dfrac{1}{2} \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dfrac{2}{3+\log x} \leq \dfrac{1}{\log x} \\ \\ \log(3x-1) > 1 \end{cases}$

5. $\begin{cases} \log \dfrac{x^2+1}{x} > 0 \\ \\ \sqrt{\log(x+3)} \leq \log(x+3) \end{cases}$