CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA APPLICATA

PRECORSO DI MATEMATICA

ESERCIZI DI

TRIGONOMETRIA: CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

Esercizio 1: Fissata in un piano cartesiano ortogonale xOy una circonferenza goniometrica, stabilire quali condizioni deve soddisfare $m \in \mathbb{R}$ affinché valga la seguente uguaglianza

$$3 \sin \alpha = 4m\,.$$

Svolgimento: La funzione $\sin \alpha$ è limitata, precisamente si ha

$$|\sin \alpha| \leq 1 \quad \forall\, \alpha \in \mathbb{R}\,.$$

L'espressione data si può scrivere nella forma

$$\sin \alpha = \frac{4}{3} m$$

e quindi, affinché abbia senso, bisogna richiedere che

$$\left| \frac{4}{3} m \right| \leq 1\,.$$

Risolvendo tale disequazione si ottiene

$$|m| \leq \frac{3}{4}$$

da cui segue

$$-\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}\,.$$

Esercizio 2: Fissata in un piano cartesiano ortogonale xOy una circonferenza goniometrica, stabilire, motivando la risposta, se la seguente uguaglianza è corretta

$$\sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{6}} = \cos \frac{\pi}{6}\,.$$

Svolgimento: Si ha

$$\sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{6}} = \left| \cos \frac{\pi}{6} \right|.$$

Poiché l'angolo $\frac{\pi}{6}$ si trova nel I quadrante, il suo coseno è positivo. Allora

$$\left|\cos\frac{\pi}{6}\right| = \cos\frac{\pi}{6}\,.$$

Quindi

$$\sqrt{\cos^2\frac{\pi}{6}} = \left|\cos\frac{\pi}{6}\right| = \cos\frac{\pi}{6}\,,$$

e l'uguaglianza data risulta corretta.

Esercizi: Fissata in un piano cartesiano ortogonale xOy una circonferenza goniometrica

1. scrivere l'equazione della circonferenza goniometrica;
2. individare sulla circonferenza goniometrica i punti associati agli angoli
   a. $60°$
   b. $30°$
   c. $\frac{\pi}{4}$
   d. $120°$
   e. $-\frac{\pi}{6}$
   f. $\frac{3}{2}\pi$
   g. $150°$
   h. $\frac{\pi}{3}$
   i. $90°$
   j. $\frac{7}{4}\pi$;
3. calcolare il seno e il coseno dei seguenti angoli
   a. $\frac{\pi}{3}$
   b. $30°$
   c. $\frac{\pi}{4}$
   d. $180°$
   e. $-\frac{\pi}{6}$
   f. $\frac{3}{2}\pi$

g. 150°

h. 0°

i. 90°

j. $\frac{3}{4}\pi$;

4. disegnare gli angoli $\alpha \in [0, 2\pi]$ sapendo che

   a. $\sin\alpha = \frac{2}{3}$

   b. $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

   c. $\sin\alpha = 0$

   d. $\sin\alpha = -\frac{1}{3}$

   e. $\cos\alpha = 1$

   f. $\sin\alpha = -2$

   g. $\cos\alpha = \frac{3}{4}$

   h. $\cos\alpha = \frac{2}{3}$;

5. stabilire, motivando la risposta, se le seguenti uguaglianze sono corrette

   a. $\sqrt{\sin^2 40^\circ} = \sin 40^\circ$

   b. $\sqrt{\cos^2 \frac{5}{3}\pi} = -\cos\frac{5}{3}\pi$

   c. $\sqrt{\cos^2 120^\circ} = \cos 120^\circ$

   d. $\sqrt{\sin^2 320^\circ} = -\sin 320^\circ$

   e. $\sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{5}} = \sin\frac{\pi}{5}$

   f. $\sqrt{\cos^2 2\pi} = \cos 2\pi$;

6. stabilire, motivando la risposta, per quali angoli α sono vere le seguenti uguaglianze

   a. $\sqrt{\sin^2\alpha} = \sin\alpha$

   b. $\sqrt{\cos^2\alpha} = -\cos\alpha$

   c. $\sqrt{\cos^2\alpha} = \cos\alpha$

   d. $\sqrt{\sin^2\alpha} = -\sin\alpha$;

7. rappresentare graficamente la tangente dei seguenti angoli

   a. 60°

   b. 30°

   c. $\dfrac{\pi}{4}$

   d. 120°

   e. $-\dfrac{\pi}{6}$

   f. $\dfrac{3}{2}\pi$

   g. 150°

   h. $\dfrac{\pi}{3}$

   i. 90°

   j. $\dfrac{\pi}{2}$;

8. disegnare gli angoli $\alpha \in [0, 2\pi]$ sapendo che

   a. $\tan\alpha = 1$

   b. $\tan\alpha = -\dfrac{1}{2}$

   c. $\tan\alpha = 0$

   d. $\tan\alpha = \dfrac{5}{4}$

   e. $\tan\alpha = \dfrac{3}{2}$

   f. $\tan\alpha = -2$;

9. stabilire, motivando la risposta, per quali angoli $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$, sono vere le seguenti uguaglianze

   a. $\sqrt{\tan^2\alpha} = \tan\alpha$

   b. $\sqrt{\tan^2\alpha} = -\tan\alpha$

   c. $\sqrt{\tan^2\alpha} = |\tan\alpha|$;

10. stabilire quali condizioni deve soddisfare $m \in \mathbb{R}$ affinché possano valere le seguenti uguaglianze

   a. $\cos\alpha = m$

b. $2\sin\alpha = m$

c. $3\cos\alpha = 5m$

d. $\tan\alpha = \dfrac{3}{m}$

e. $2m\sin\alpha = -5$

f. $2m\sin\alpha = -1$

g. $\tan\alpha = m - 1$

h. $4\cot\alpha = m$

i. $\sin\alpha = m^2 - 3m + 1$

j. $5m\cos\alpha = 2 - m$;

11. stabilire quali condizioni deve soddisfare $m \in \mathbb{R}$ affinché possano valere le seguenti uguaglianze nell'intervallo indicato

a. $3m\sin\alpha + 1 = 0$, $\quad \alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

b. $\cos\alpha = m^2 - 1$, $\quad \alpha \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$

c. $(m-1)\tan\alpha = m^2 + 1$, $\quad \alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

d. $2m\cos\alpha = m - 1$, $\quad \alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

e. $(m+1)\tan\alpha - 2 + m = 0$, $\quad \alpha \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$

f. $m\sin\alpha = m - 1$, $\quad \alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

g. $2m\sin\alpha = m + 2$, $\quad \alpha \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$

h. $(m-1)\cos\alpha = 2$, $\quad \alpha \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$;

12. dato un angolo $\alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$, disegnare sulla circonferenza goniometrica l'angolo β tale che

a. $\sin\beta = -\cos\alpha$

b. $\cos\beta = \dfrac{1}{2}\sin\alpha$

c. $\tan\beta = 2\tan\alpha$

d. $\cos\beta = \sin\alpha$

e. $\sin\beta = \dfrac{1}{4}\sin\alpha$

f. $\sin\beta = \dfrac{3}{4}\cos\alpha$.