

PRECORSO DI MATEMATICA

ESERCIZI DI

TRIGONOMETRIA: APPLICAZIONI

Esercizio 1: Calcolare l'area di un triangolo sapendo che due suoi lati misurano rispettivamente $\overline{AB} = 15$ e $\overline{AC} = 8\sqrt{15}$ e che il coseno dell'angolo α compreso tra tali lati è uguale a $-\frac{1}{4}$.

Svolgimento: L'area di un triangolo è uguale al semiprodotto della misura di due lati per il seno dell'angolo tra essi compreso.

Allora basta determinare il $\sin \alpha$. Dalla prima relazione fondamentale della trigonometria

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

si ha

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4},$$

tenendo anche conto del fatto che $\alpha \in (0, \pi)$ in quanto angolo interno di un triangolo. Quindi l'area del triangolo è data da

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8\sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 225.$$

Esercizio 2: Determinare il valore dell'angolo α formato dalla retta di equazione

$$\sqrt{3}x + 3y = 0$$

con l'asse x .

Svolgimento: L'equazione della retta data si può riscrivere come

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3} x,$$

quindi il suo coefficiente angolare è uguale a $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Allora $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ e quindi

$$\alpha = \frac{5}{6} \pi.$$

Esercizio 3: Scrivere le equazioni parametriche della circonferenza di equazione cartesiana

$$x^2 + y^2 - 2x - 24 = 0.$$

Svolgimento: L'equazione data si può riscrivere come

$$(x - 1)^2 + y^2 = 25,$$

e quindi la circonferenza data è centrata nel punto $(1, 0)$ ed ha raggio uguale a 5. Allora la sua equazione parametrica è data da

$$\begin{cases} x = 1 + 5 \cos \theta \\ y = 5 \sin \theta, \end{cases}$$

dove $\theta \in [0, 2\pi]$.

Esercizi: Risolvere i seguenti esercizi

1. calcolare il seno dell'angolo formato dalla retta di equazione $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ con l'asse x ;
2. scrivere l'equazione della retta passante per l'origine degli assi e formante, con l'asse x , l'angolo α tale che $\cos \alpha = \frac{1}{2}$;
3. scrivere le equazioni parametriche della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 16 = 0$;
4. l'estremità di una scala lunga $11,77m$ è appoggiata al davanzale di una finestra che dista dal suolo $10,27m$. Calcolare la distanza tra i piedi della scala e la casa e l'inclinazione della scala con il suolo;
5. determinare i coefficienti angolari delle rette che formano con l'asse x , rispettivamente, l'angolo $\alpha = \frac{\pi}{3}$ e l'angolo $\beta = \pi - \alpha$;
6. determinare gli angoli e i lati di un triangolo rettangolo sapendo che la sua ipotenusa misura 14 e un suo angolo è 60° ;
7. trovare le equazioni delle rette che tagliano l'asse y nel punto di ordinata 2 e sono inclinate sulla direzione positiva dell'asse x , rispettivamente, di 30° , 45° e 120° ;
8. scrivere le equazioni parametriche dell'ellisse di equazione $3x^2 + y^2 - 2y = 15$;
9. calcolare il perimetro di un triangolo isoscele la cui base misura 24 e il cui angolo al vertice è 120° ;
10. trovare l'equazione della retta passante per il punto $(-3, -\sqrt{3})$ inclinata di $\frac{5}{6}\pi$ sull'asse x ;
11. calcolare l'altezza di una torre sapendo che la differenza tra le lunghezze delle ombre orizzontali della torre, quando le altezze del sole sono di $28^\circ 20' 15''$ e di $45^\circ 23' 8''$, è di $4,50m$;

12. scrivere le equazioni parametriche della circonferenza centrata nel punto $(5, -2)$ e avente raggio pari a 3;
13. determinare il valore del parametro $k \in \mathbb{R}$ affinché la retta di equazione $y = (k - 1)x + 2k - 1$
 - formi un angolo di $\frac{\pi}{6}$ con l'asse x ;
 - formi un angolo di 135° con l'asse x ;
 - formi con l'asse x un angolo compreso tra $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{3}$;
14. scrivere le equazioni parametriche della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 12y = 4$;
15. determinare il valore del parametro $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ affinché la retta di equazione $y = \frac{k-1}{k}x + 2$ formi un angolo di $\frac{3}{4}\pi$ con l'asse x e poi scrivere l'equazione della retta perpendicolare alla retta data e passante per l'origine del sistema di riferimento;
16. determinare la misura di un lato di un triangolo sapendo che gli altri due lati misurano $2\sqrt{3}$ e 6 e che l'angolo tra essi compreso è 30° ;
17. scrivere le equazioni parametriche dell'ellisse centrata nel punto $(1, -3)$ e con asse maggiore uguale a 5 e asse minore pari a 2;
18. calcolare l'inclinazione, espressa in percentuale, di una strada avente un angolo di inclinazione uguale a $7^\circ 20'$;
19. determinare il perimetro e l'area di un triangolo sapendo che due suoi lati misurano 18 e 4 e che l'angolo tra essi compreso è 30° ;
20. scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(2k, 1 - k)$ che incontra l'asse x nel punto di ascissa 3 e determinare il valore del parametro $k \in \mathbb{R}$ in modo che tale retta formi con l'asse x un angolo di $\frac{\pi}{3}$;
21. calcolare il perimetro di un triangolo sapendo che il suo lato \overline{AB} misura 11 e che gli angoli $\hat{BAC} = \alpha$ e $\hat{ABC} = \beta$ sono tali che $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ e $\cos \beta = -\frac{5}{13}$;
22. scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(-3, 4)$ e parallela ad una retta formante con l'asse x un angolo uguale a $\frac{\pi}{6}$;
23. determinare la distanza tra due punti A e B separati da un ostacolo, ambedue accessibili, sapendo che le distanze di un punto C da A e da B sono rispettivamente di 120m e 150m e che l'angolo \hat{ACB} è di $80,4^\circ$;
24. determinare gli angoli e i lati di un triangolo sapendo che un suo lato misura 24 e due suoi angoli sono di 60° e 45° ;
25. scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(3, 2)$ e perpendicolare ad una retta formante con l'asse x un angolo uguale a $\frac{5}{6}\pi$.