

Syllabus delle conoscenze per il modulo

MATEMATICA E PROBLEMI

AVVERTENZE PARTICOLARI PER QUESTO SYLLABUS

Questo syllabus comprende tutte le conoscenze che sono indicate nel syllabus del modulo *Linguaggio Matematico di Base, Modellizzazione e Ragionamento*, anche se non sono esplicitamente qui ripetute, e valgono le considerazioni già scritte in quel modulo sulla lettura dei testi, sull'uso di termini, sulla deduzione logica.

In particolare quando la conoscenza richiesta implica un'abilità operativa si è preferito descrivere tale abilità con un verbo.

SYLLABUS

1. Insiemi numerici e strutture algebriche (*abbreviato: Algebra*)

Proprietà delle operazioni e della relazione d'ordine nell'insieme dei numeri razionali \mathbf{Q} e nell'insieme dei numeri reali \mathbf{R} . Definizione di potenza con esponente razionale e proprietà. Semplici calcoli con i radicali. Principio di identità dei polinomi. Divisione con resto fra polinomi. Enunciato e uso del Teorema di Ruffini. Risolvere equazioni algebriche e sistemi di primo e secondo grado, o ad essi facilmente riconducibili.

2. Geometria

Conoscere e saper applicare alcuni teoremi fondamentali della geometria euclidea (criteri di uguaglianza dei triangoli, teoremi di Pitagora e di Euclide, proprietà degli angoli al centro e alla circonferenza, proprietà dei triangoli simili). Corrispondenza tra i numeri reali e i punti di una retta; sistemi di riferimento cartesiani nel piano. Descrivere sottoinsiemi del piano mediante condizioni sulle coordinate e, viceversa, interpretare geometricamente equazioni, disequazioni e sistemi; equazione della circonferenza (e, data l'equazione, determinare centro e raggio di una circonferenza); equazioni di ellisse, parabola e iperbole in un sistema di riferimento canonico; equazione di un'iperbole equilatera riferita agli asintoti. Operare cambiamenti di coordinate, cambiamenti di scala, traslazioni. Riconoscere simmetrie in una figura e disegnare la figura che si ottiene da una data applicando le principali trasformazioni geometriche. Area del cerchio e lunghezza della circonferenza in termini del raggio e definizione del numero π . Visualizzare configurazioni geometriche nello spazio. Concetti di incidenza, parallelismo, perpendicolarità fra piani o rette nello spazio.

3. Trigonometria

Trasformare la misura di un angolo da gradi in radianti e viceversa. Definizioni di seno, coseno, tangente di un angolo. Dati alcuni elementi di un triangolo rettangolo (lati, angoli, seno, coseno o tangente degli angoli) trovare tutti gli altri. Relazione pitagorica ($\sin^2 x + \cos^2 x = 1$), formule di addizione (e sottrazione) e loro immediate conseguenze (formule sugli angoli associati ad x , quali $-x$, $\pi-x$, $(\pi/2)-x$; duplicazione, bisezione); teorema dei seni e teorema del coseno (o di Carnot).

4. Funzioni, equazioni (*abbreviato: Funzioni*)

Determinare l'insieme di definizione di una funzione reale di variabile reale data mediante un'espressione analitica. Definizioni di: funzione limitata; funzione crescente in un intervallo; massimo e minimo relativo (o locale); massimo e minimo assoluto (o globale); funzione periodica.

Disegnare e/o riconoscere il grafico qualitativo di funzioni elementari (quali $ax + b$, x^2 , x^3 , \sqrt{x} , $1/x$, $|x|$). Partendo dal grafico di una funzione $f(x)$, costruire i grafici delle funzioni $|f(x)|$, $1/f(x)$, $f(x - k)$, $f(kx)$, $kf(x)$, $k + f(x)$, con k numero reale. Disegnare il grafico di una funzione ottenuta sommando funzioni di cui sia noto il grafico. Principali proprietà, comportamento (monotonia, andamento all'infinito) e grafico della funzione esponenziale a^x in dipendenza dalla base a ; definizione, principali proprietà e grafico della funzione logaritmo $\log_a x$, come inversa dell'esponenziale a^x ; in particolare, esponenziale e logaritmo aventi per base il numero e di Nepero. Definizione delle funzioni trigonometriche (seno, coseno e tangente); tracciarne il grafico interpretando le formule sugli angoli associati per individuarne le simmetrie (e viceversa); loro funzioni inverse. Risolvere e, se serve, interpretare graficamente equazioni, disequazioni, sistemi (incluse semplici equazioni e disequazioni non algebriche, in cui compaiano ad esempio le funzioni radice, modulo, esponenziale, logaritmo, trigonometriche).

5. Combinatoria, probabilità e statistica (*abbreviato: Probabilità*)

Usare le tecniche del calcolo combinatorio (permutazioni, disposizioni, combinazioni) per contare gli elementi di un insieme. Saper sviluppare la potenza terza, quarta, n -esima di un binomio. Rappresentare i possibili risultati di un esperimento come sottoinsiemi di un opportuno spazio e interpretare le operazioni insiemistiche in termini di eventi. Calcolare la probabilità di eventi in situazioni semplici. Calcolare la probabilità di eventi, a partire dalla probabilità di altri eventi.

6. Logica

Usare i connettivi logici tra proposizioni. Negare semplici proposizioni espresse nel linguaggio naturale e contenenti connettivi logici. Riconoscere proposizioni logicamente equivalenti. Usare i quantificatori “per ogni” ed “esiste”. Negare una proposizione contenente quantificatori. Riconoscere ipotesi e tesi in un teorema. Riconoscere (oppure: impostare) una dimostrazione per assurdo.

Note:

In molti quesiti sono utilizzati termini e notazioni elementari relative agli insiemi: “elemento”, “appartiene”, “sottoinsieme”, “unione”, “intersezione”, “differenza”, “complementare” e “prodotto cartesiano”.

Nello svolgimento del test non è permesso usare calcolatrici di alcun tipo. Tutti i calcoli richiesti possono essere fatti a mente, o con carta e penna. Alcuni quesiti sono costruiti in modo che la capacità di fare semplici calcoli sia molto utile, e talvolta indispensabile, per la loro soluzione.